CAPÍTULO I

ESTÁTICA DE PARTÍCULAS

1.1 Principios fundamentales

Los principios fundamentales de la estática de partículas se basan en los tres principios de Newton. Además del principio de inercia, del principio de masa y del principio de acción y reacción, se pueden citar:

1.1.1 Ley de la suma de fuerzas o del paralelogramo

Establece que dos fuerzas que actúan sobre una partícula se pueden reemplazar por una fuerza única denominada resultante que corresponde a la diagonal de un paralelogramo formado por las dos fuerzas dadas como sus lados.

1.1.2. Principio de transmisibilidad

Establece que la condición de equilibrio o de movimiento de un sólido rígido no varía al cambiar el punto de aplicación de una fuerza siempre que este punto esté contenido en la recta de acción de la fuerza.

1.1.3. Primera Ley de Newton: Inercia

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula es nula, la partícula permanecerá en reposo, si lo estaba originalmente, o se moverá con velocidad constante sobre una línea recta si al principio estaba en movimiento.

1.1.4. Segunda Ley de Newton

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula es no nula, la partícula sufrirá una aceleración proporcional al módulo de la resultante. Considerando las direcciones de las fuerzas se puede expresar por:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

1.1.5. Tercera Ley de Newton: Acción y reacción

Las fuerzas de acción y reacción entre dos cuerpos en contacto tienen igual módulo y sentidos opuestos sobre la misma recta soporte.

1.2. Fuerzas en el plano

Dos o más fuerzas se pueden reducir a una única resultante, cumpliéndose que:

$$F_{Rx} = \sum_i F_{xi}$$

$$F_{Ry} = \sum_i F_{yi}$$

La suma de todas las componentes de las distintas fuerzas sobre el eje X es igual a la fuerza resultante sobre dicho eje.

Problema 1.1: Encontrar el módulo, dirección y sentido de la resultante de las dos fuerzas dibujadas.

Solución:

$$\sum F_x = 1750\, sen\, 35º - 2500\, sen\, 60º = -1161{,}3\,(N)$$
$$\sum F_y = 1750 \cos 35º + 2500 \cos 60º = 2683{,}5\,(N)$$

$tg\theta = \dfrac{1161{,}3}{2683{,}5} \Rightarrow \theta = 23{,}4º$ medidos respecto del eje y. El módulo resultante es: 2924 (N)

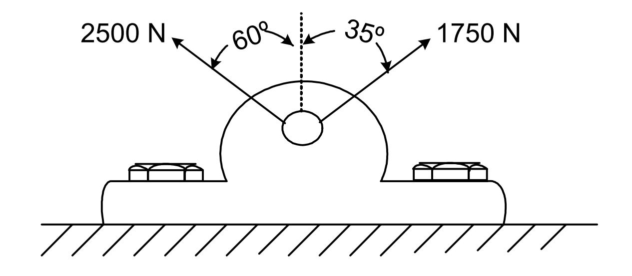


Figura 1.1. Problema 1.1.

Problema 1.2:

Determinar las componentes x e y de cada una de las fuerzas actuantes y la correspondiente resultante.

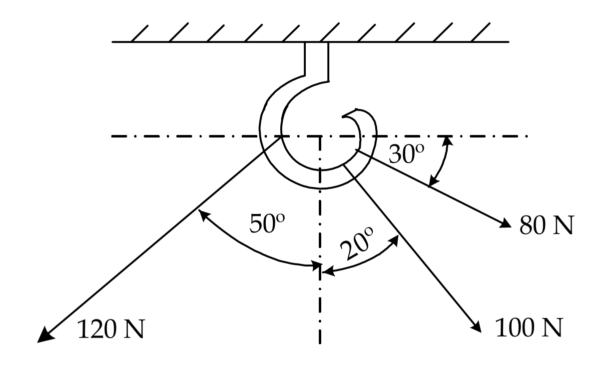


Figura 1.2(a). Problema 1.2.

Solución:

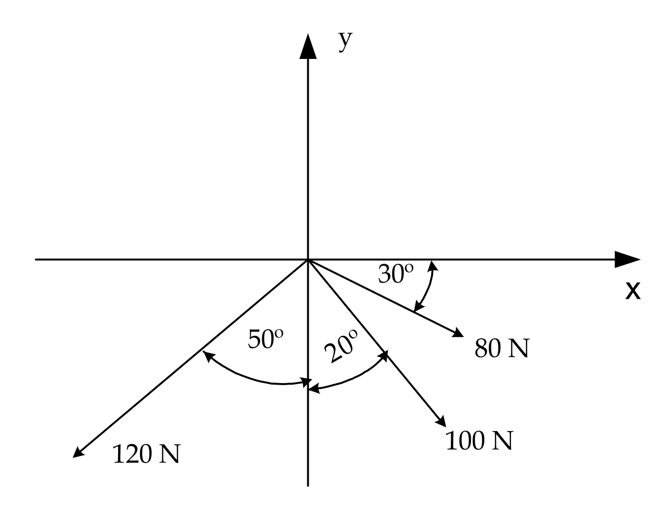
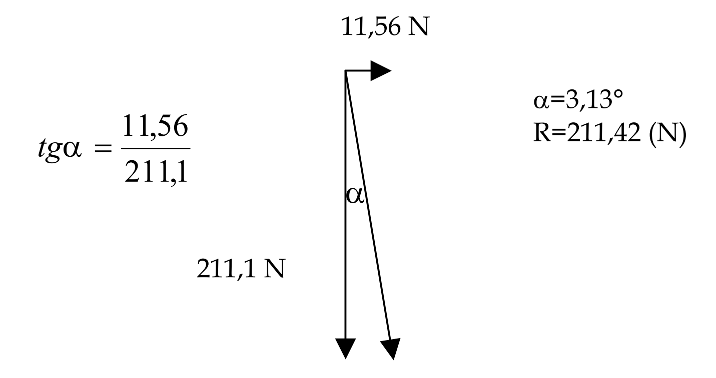


Figura 1.2 (b). Problema 1.2.

$$\Sigma F_x = -120 \text{ sen } 50^o + 100 \text{ sen } 20^o + 80 \cos 30^o = 11{,}56 \text{ (N)}$$

$$\Sigma F_y = -120 \cos 50^o - 100 \cos 20^o - 80 \text{ sen } 30^o = -211{,}1 \text{ (N)}$$



$$tg\alpha = \frac{11{,}56}{211{,}1}$$

$\alpha = 3{,}13°$
R=211,42 (N)

Problema 1.3: El cilindro hidráulico GE ejerce sobre el elemento DE una fuerza P dirigida según GE. Sabiendo que P debe tener una componente perpendicular al elemento DF de 600 N, calcular los módulos de P y de su componente paralela a DF.

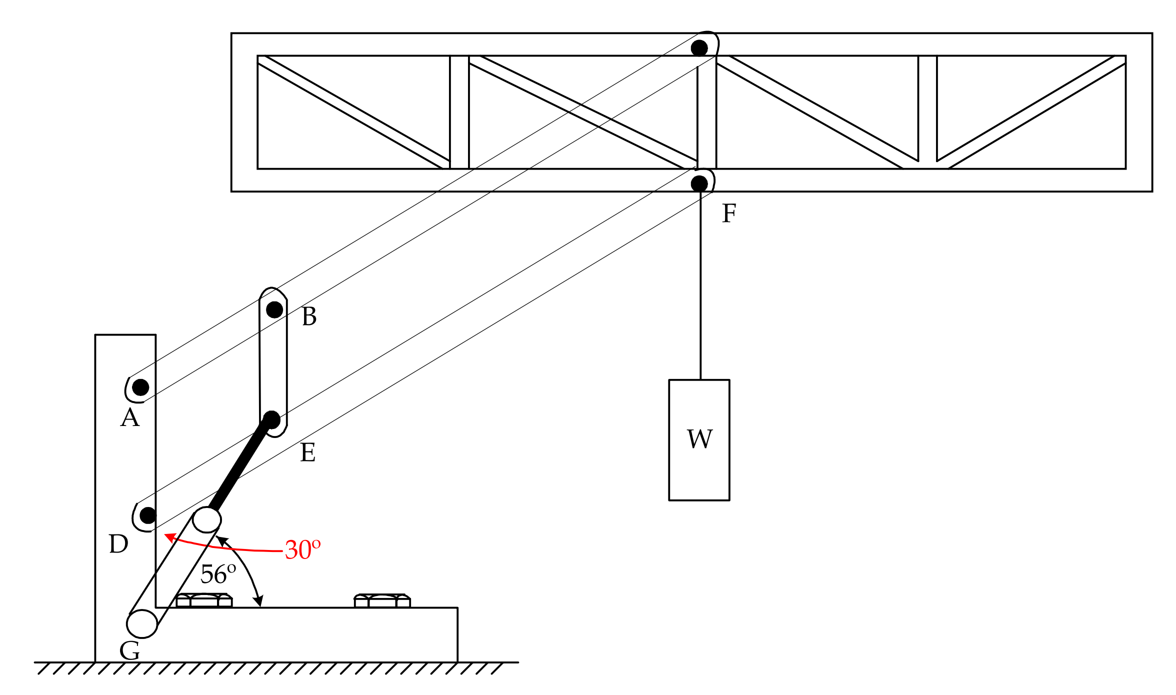


Figura 1.3(a). Problema 1.3.

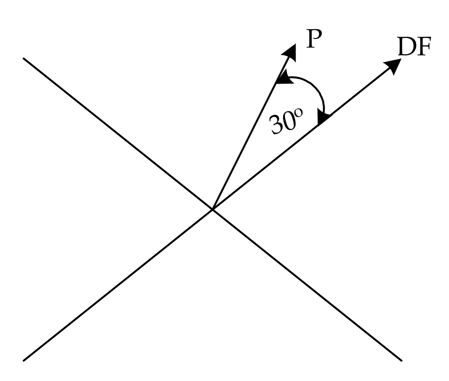


Figura 1.3(b). Problema 1.3.

$P \text{ sen } 30^o = 600 \text{ N}$

$\Rightarrow \quad P = 1200 \text{ N}$

$F_{DF} = P \cos 30^o = 1200 \cos 30^o$

$= 1039.2 \text{ (N)}$

1.3. Fuerzas en el espacio

1.3.1. Expresión de una fuerza, conocido el módulo y dos ángulos. Para definir una fuerza en el espacio se requiere de, además del vector y el ángulo respecto a un eje coordenado, un segundo ángulo que indica la posición del plano respecto del tercer eje coordenado.

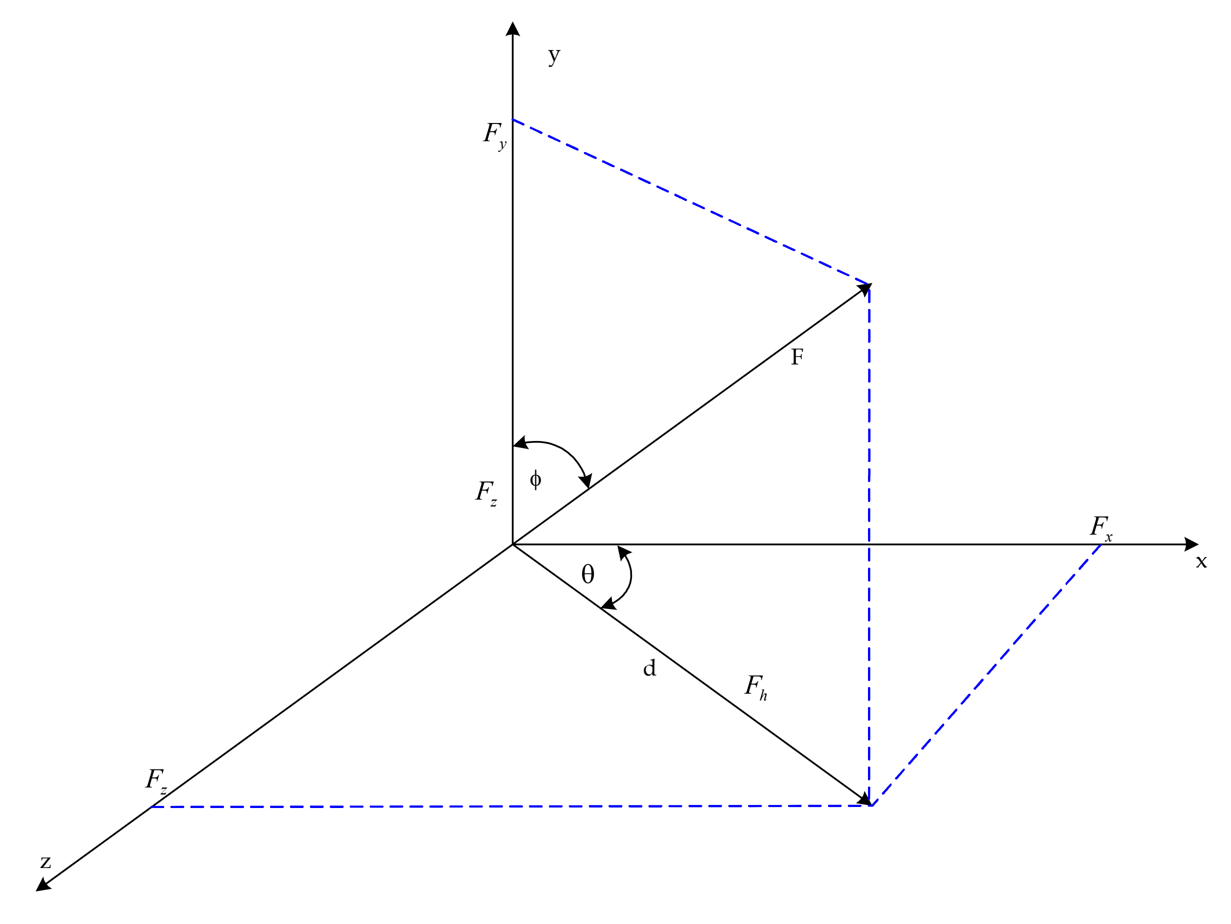


Figura 1.4. Representación de un vector en el espacio.

$$F_h = Fsen\phi \qquad F_x = Fsen\phi\cos\theta \qquad F_y = F\cos\phi$$

Además $$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

1.3.2 Expresión de una fuerza, en función de los cosenos directores.

Otra forma de especificar un vector en el espacio es usar los cosenos directores,

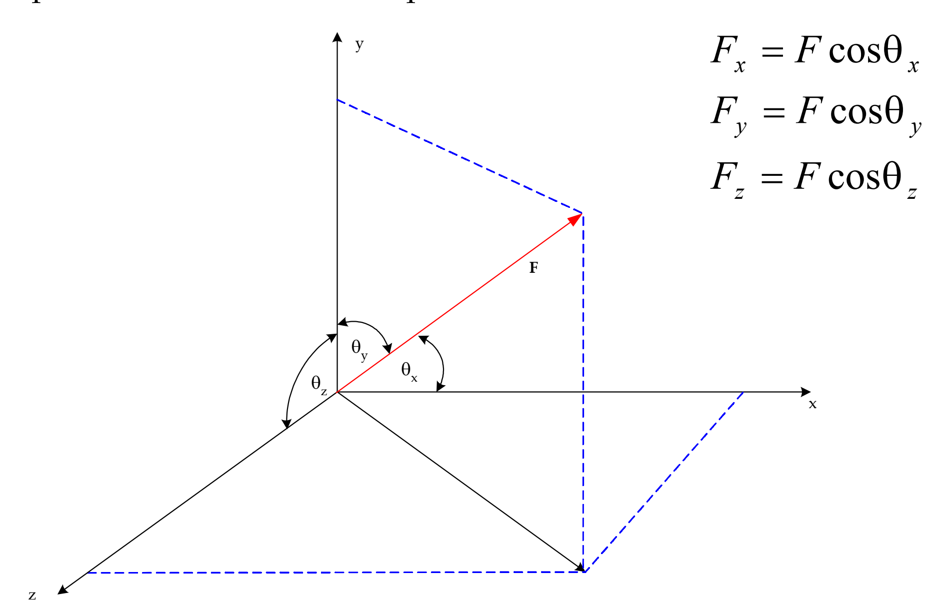


Figura 1.5. Representación de un vector en el espacio en función de sus cosenos directores.

$\cos\theta_x, \cos\theta_y, \cos\theta_z$ son los cosenos directores del vector, cumpliéndose que:

$$\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1$$

1.3.3 Expresión de una fuerza, en función de los vectores unitarios. En función de los vectores unitarios $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, la fuerza F se puede representar como:

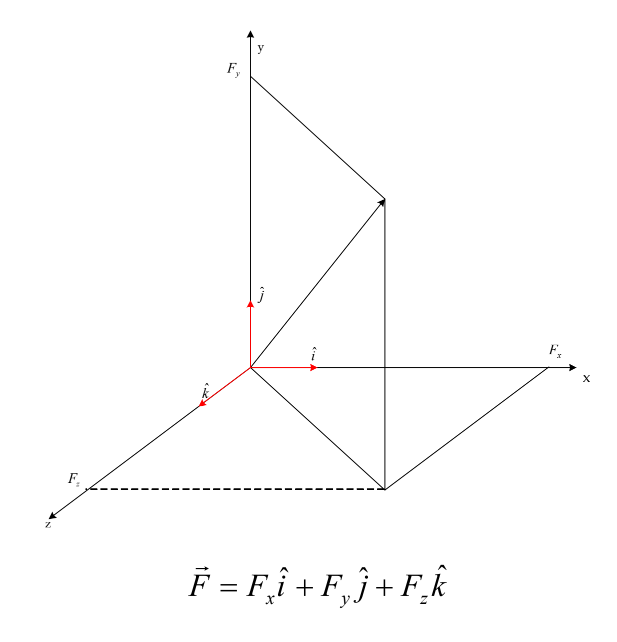


Figura 1.6. Representación de un vector en el espacio en función de sus componentes ortogonales.

1.3.4 Expresión de una fuerza, conocidas la dirección del vector unitario en su dirección y la magnitud. La fuerza también se puede escribir como el producto del escalar F con el vector director $\hat{\lambda}$ que es unitario.

$$\vec{F} = F\,\hat{\lambda}$$

con
$$\hat{\lambda} = \left(\cos\theta_x, \cos\theta_y, \cos\theta_z\right)$$
$$\hat{\lambda} = \left(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z\right)$$

Cumpliéndose que:

$$\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1$$

o
$$\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1$$

1.3.5 Expresión de una fuerza, conocido el módulo y dos puntos de su línea de acción. La fuerza también puede ser definida por su módulo y dos puntos dados de la recta soporte del vector director, esto es:

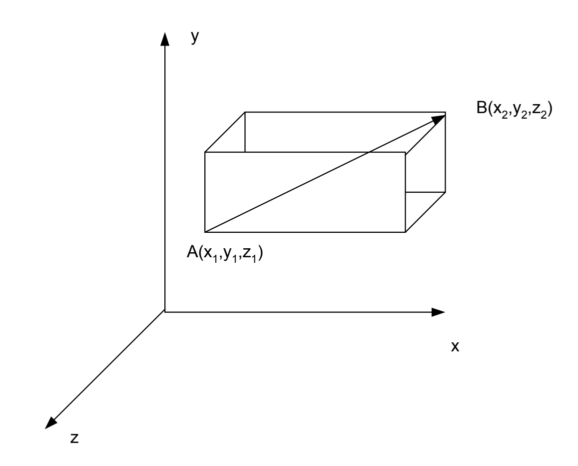


Figura 1.7. Representación de un vector en función de dos puntos que pasan por su línea de acción.

$$\vec{AB} = \left(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\right)$$

$$d_x = x_2 - x_1 \qquad d_y = y_2 - y_1 \qquad d_z = z_2 - z_1$$

$$\vec{AB} = d_x\,\hat{i} + d_y\,\hat{j} + d_z\,\hat{k}$$

Se puede definir el vector unitario $\hat{\lambda}$ como

$$\hat{\lambda} = \frac{\vec{AB}}{\| \vec{AB} \|} = \frac{1}{d}\left(d_x\hat{i} + d_y\hat{j} + d_z\hat{k}\right)$$

quedando $\vec{F} = \frac{F}{d}\left(d_x\hat{i} + d_y\hat{j} + d_z\hat{k}\right)$

En función de las componentes, el vector F se puede escribir como:

$$F_x = \frac{F}{d}d_x \qquad F_y = \frac{F}{d}d_y \qquad F_z = \frac{F}{d}d_z$$

claramente $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$

Finalmente, los cosenos directores quedan

$$\cos\theta_x = \frac{d_x}{d} \qquad \cos\theta_y = \frac{d_y}{d} \qquad \cos\theta_z = \frac{d_z}{d}$$

Problema 1.4: El ángulo entre la cuerda AB y el mástil es 20º. Sabiendo que la tensión en AB es de 1500 N, determinar:

(a) Las componentes de la fuerza ejercida sobre el bote en B.

(b) Los ángulos θ_x, θ_y y θ_z que definen la dirección y sentido de la fuerza ejercida en B.

(c) Las componentes de la fuerza ejercida en C si el ángulo entre la cuerda AC y el mástil es 20º siendo la tensión AC de 1500 N.

(d) Los ángulos que definen la dirección y sentido de la fuerza ejercida en C.

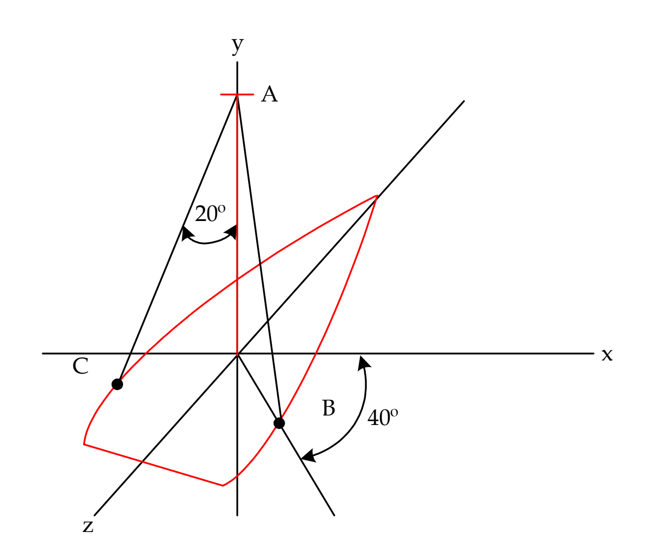


Figura 1.8(a). Problema 1.4.

Solución:

F_y = 1500 cos 20º = 1409,5 (N)

F_h = 1500 sen 20º = - 513,03 (N)

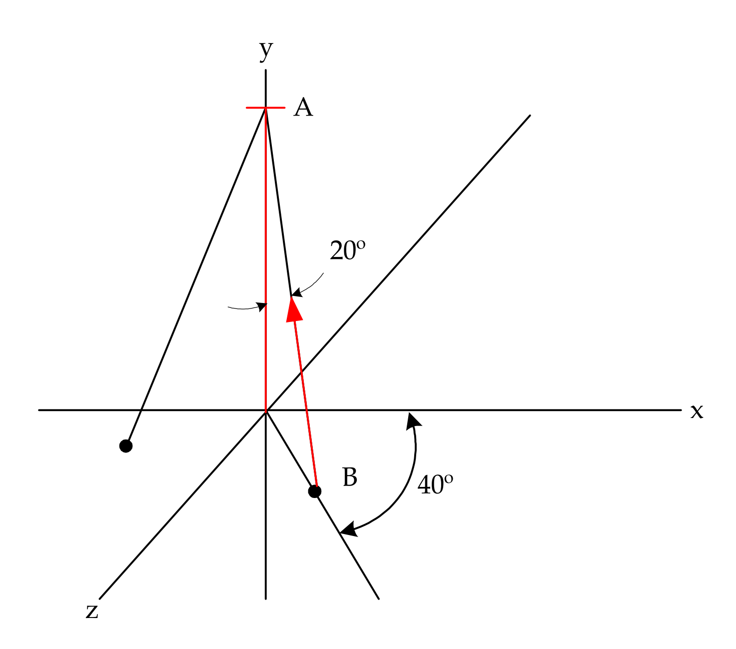


Figura 1.8(b). Problema 1.4.

F_x = F_h cos 40º = - 393,0 (N)

F_z = F_h sen 40º = - 329,77 (N)

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$= \sqrt{393^2 + 1409{,}54^2 + 329{,}77^2} \quad = \ 1500 \text{ (N)}$$

$\theta_x = 105{,}2º$ $\quad \theta_y = 20º$ $\quad \theta_z = 102.7º$